

基于等角比例投影的球面三角四叉树剖分模型

袁 文¹, 庄大方¹, 袁 武², 刘纪远¹, 邱冬生¹

1. 中国科学院 地理科学与资源研究所, 资源环境科学数据中心, 北京 100101

2. 北京理工大学 计算机学院, 北京 100081

摘 要: 地理坐标与球面三角网格快速转换、剖分模型的等面积和等形状性质对于全球网格 (Global Grid) 应用于空间信息管理具有同等重要性。在等弧长比投影族球面正二十面体投影基础上设计了球面三角四叉树剖分模型 (EARTH)。该剖分模型支持 2 种构建方式, 包括投影平面均匀三角网格法以及直接球面剖分法。坐标转换简化为投影点与投影平面均匀三角网格之间的空间关系。通过弦长分布、紧凑度、面积等指数, 将该模型与 SQT, QIM, ISEA 等已知球面剖分模型进行了面积和形状特性方面的比较分析。

关键词: 全球网格, 投影, 坐标转换, 等面积剖分, 等形状剖分

中图分类号: P237 **文献标识码:** A

1 引 言

全球网格模型在全球空间数据库、全球性问题研究和基于空间信息集成等方面具有潜在的应用价值, 国内外学者对之开展了大量工作。全球网格构建主要采用下面 3 种方式 (White et al. 1992, 1998, 1999, Sahr et al. 2003): 第 1 种方式是在球面柏拉图立体上直接剖分球面, 如 Sadoumy 等 (1968) 的剖分模型以及 Lian Song 等 (2000) 所提出的小圆弧剖分模型等; 第 2 种是循环剖分柏拉图立体的弦, 然后映射到球面, 如 Dutton (2000, 1996, 1998) 所提出的 QIM 模型等; 第 3 种均匀剖分展开在柏拉图立体各面的地图投影, 如 Snyder (1989) 多面体投影族、Fekete (1990, a, b) 提出的 SQT 模型 (该模型实质上是一种 Gnomonic 投影剖分 (Snyder & Voxland 1989)), FullerGray 投影 (Gray 1995, 1994) 等, 然后反投影到球面。3 种方法各有优缺点。其中 Sadoumy 及 Dutton 的 QIM 模型顶点在球面上的分布具有确切的映射位置, 但边界模糊, 缺乏明确的数学定义, 直接影响模型的实际应用。Dutton 利用 ZOT 投影将正八面体投影到平面上, 转换为由平面直角三角组成的正方形网格, 通过递归求解找到经纬度所

对应的三角格子, 坐标转换相对容易; 而 Goodchild 等 (1992) 以及 Otoo 等 (1993) 基于一定的数学假设推导出 QIM 扩展投影方程, 将经纬度坐标快速转换到平面上, 坐标计算简单快速。Lian Song 所设计的模型通过调整小圆弧空间关系构建等面积三角剖分, 计算方式复杂, 坐标转换困难, 计算量大。第 3 种剖分方式直接剖分投影三角面, 单点坐标转换方便, 但剖分几何意义不明确, 有的能保证等面积特性, 但等角变异大, 如基于 Snyder 等面积投影的 ISEA 剖分模型边界扭曲严重, 投影计算复杂, 投影和逆投影转换没有显式求解方法; 有的能保证等角形变, 如 Gnomonic 投影 (即 SQT 剖分模型), 但面积变异太大; FullerGray 投影能保证等角和等面积特性相对均衡, 但坐标计算较复杂 (投影坐标反算到经纬度坐标无显式解, 需要通过数字逼近方法计算得到)。Goodchild, White 和 Clarke 等 (1995) 分别对全球网格剖分模型的设计和选择标准进行了研究, 指出全球网格模型评价和设计原则是一个多要素相互独立的多指标体系, 目前已知剖分模型中不存在一种所有评价指标最好的模型, 每个模型或者一些指标性能很好, 但另外一些指标相对较差。

根据空间信息表达、组织和管理的 application 特点, 本文选择剖分等形状、等面积、坐标转换计算简单快速

收稿日期: 2007-04-17 修订日期: 2008-05-13

基金项目: 国家自然科学基金项目 (编号: 40501057), 国家 863 计划 (编号: 2007AA12Z202) 和十一五科技支撑计划项目 (编号: 2008BAC34B06)。

第一作者简介: 袁 文 (1974—), 男, 四川岳池人, 助理研究员, 2004 年毕业于北京大学, 地图学与地理信息系统专业, 主要研究方向为全球网格模型研究、空间搜索引擎技术及地形三维地形显示及空间分析等。发表论文 10 多篇。

作为全球格网主要评价指标。按该三指标体系，已有的剖分模型的指标性能不均衡，如 FullerGray和 ISEA剖分相对等形状和等面积，但坐标转换繁琐，而且 ISEA边界扭曲严重；QIM坐标转换相对容易，但形状和面积的分布存在较大差异。本文设计了等角比例投影，该投影可支持包括正八面体，正二十面体等多种柏拉图立体，球面特征曲线（纬度圈，大圆弧等）上的均匀剖分点均匀地投影到投影面中。该投影的数学几何模型简单，逆计算方便。按照该投影性质，然后基于正二十面体构建了 EARP剖分模型。该模型几何意义明确，较好地满足了近似规则、等边、等面积的要求；剖分边界相对平滑，扭曲不明显；同时球面点与格网的关系转换为投影与投影三角格网间的线性关系。与其他剖分模型相比，三指标相对均衡，是一种比较理想的剖分模型。

2 等角比例投影族简介

基于全球剖分三指标原则，提出了面向球面三角形的等角比例投影族，该投影族支持基于柏拉图立体（Plato Polyhedron）或者其他形式的球面三角剖分（袁文等，2004 2005）。

2.1 等角比例投影族数学模型

等角比例投影族设计思想包括两步：首先确定球面三角 ABC 2个主方向的球面弧线族；然后根据球面点 P 在该两方向上的弧线长度（或角度）与球面弧线总长度之比例投影到平面任意三角 A'B'C'。袁文等探讨了 2种球面三角剖分形式（图 1），数学基本形式如下（袁文等，2004 2005）：

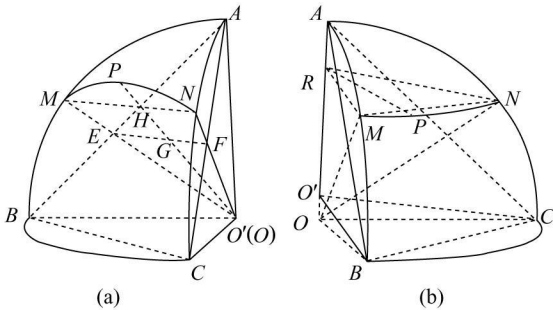


图 1 等角比例投影透视图

(a)同轴面示例，O与 O'重合，三弧边以及特征弧段 MPN为大圆弧；
(b)平行面示例。弧段 BO'M或者为大圆弧或者小圆弧

Fig. 1 Perspective of EARP

(a) is the axis case, which O overlaps O', and the three arcs and feature arc MPN are all great circles;
(b) is the parallel case, arc BO'M can be either a great circle or a small circle

$$M' = B' + \alpha (A' - B')$$

$$N' = C' + \alpha (A' - C')$$

$$P' = B' + \alpha (A' - B') - \beta (1 - \alpha) (B' - C')$$

式中 M', N', P'分别为 M, N, P的投影，α等于弧 MP与弧 MN之比以及 β等于弧 MP与弧 MN之比。投影三角平面确定后，即点 A', B'以及 C'的值已知，α与 β的值取决于球面三角实际情况。

2.2 球面正二十面体投影方程

主要考虑球面正二十面体的同轴面模型，3个弧边以及特征弧段为大圆弧（图 1(a)）。本文选择

了如表 1所示的球面正二十面体，其中 2个顶点分别与极点重合，2个顶点在本初子午线上，剩余的 8个顶点呈赤道面对称。投影过程中，二十个球面三角面都将旋转到标准三角面的位置，然后进行投影。α与 β的计算方程由式（4）和式（5）给出，Ci（i=0 1 …, 7）以及 η为常数，(x, y, z)为点旋转到标准位置的坐标，SGN为符号函数。

逆投影可以通过投影定义推出。首先根据投影定义求出 E和 F，进而得到∠EOF以及∠EOG，然后得到 P点在球面三角模板的对应位置 P，最后将 P旋转到相应的球面位置，从而得到球面坐标。其中各点关系如下：

$$\alpha = \text{SIGN} \arccos \frac{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{z^2} + 1} \sqrt{2C_2 \left(\frac{y}{z} \right)^2 + C_3 \frac{y}{z} + C_4} \right)}{\sqrt{\left(\frac{x}{z} \right)^2 + C_5 \frac{xy}{z} + C_6 \frac{x}{z} + z_{tt}}} \arccos \frac{C_2 \left(\frac{y}{z} \right)^2 - C_3 \frac{y}{z} + C_7}{2C_2 \left(\frac{y}{z} \right)^2 + C_3 \frac{y}{z} + C_4} \quad (4)$$

$$\beta = \text{SIGN} \arccos \left[\left(C_0 \frac{y}{z} + C_1 \right) \sqrt{2C_2 \left(\frac{y}{z} \right)^2 + C_3 \frac{y}{z} + C_4} \right] \eta \quad (5)$$

表 1 球内接正二十面体坐标

Table 1 The Orientation of the Spherical icosahedron

编号	顶点 0		顶点 1		顶点 2		中心点	
	经度 /°	纬度 /°	经度 /°	纬度 /°	经度 /°	纬度 /°	经度 /°	纬度 /°
0	0 0	90 0	0 0	26 565	72 0	26 565	36 0	52 623
1	0 0	90 0	72 0	26 565	144 0	26 565	108 0	52 623
2	0 0	90 0	144 0	26 565	216 0	26 565	180 0	52 623
3	0 0	90 0	216 0	26 565	288 0	26 565	-108 0	52 623
4	0 0	90 0	288 0	26 565	0 0	26 565	-36 0	52 623
5	36 0	-26 565	0 0	26 565	72 0	26 565	36 0	10 812
6	108 0	-26 565	72 0	26 565	144 0	26 565	108 0	10 812
7	180 0	-26 565	144 0	26 565	216 0	26 565	180 0	10 812
8	252 0	-26 565	216 0	26 565	288 0	26 565	-108 0	10 812
9	324 0	-26 565	288 0	26 565	0 0	26 565	-36 0	10 812
10	72 0	26 565	36 0	-26 565	108 0	-26 565	72 0	-10 812
11	144 0	26 565	108 0	-26 565	180 0	-26 565	144 0	-10 812
12	216 0	26 565	180 0	-26 565	252 0	-26 565	-144 0	-10 812
13	288 0	26 565	252 0	-26 565	324 0	-26 565	-72 0	-10 812
14	0 0	26 565	324 0	-26 565	36 0	-26 565	0 0	-10 812
15	0 0	-90 0	36 0	-26 565	108 0	-26 565	72 0	-52 623
16	0 0	-90 0	108 0	-26 565	180 0	-26 565	144 0	-52 623
17	0 0	-90 0	180 0	-26 565	252 0	-26 565	-144 0	-52 623
18	0 0	-90 0	252 0	-26 565	324 0	-26 565	-72 0	-52 623
19	0 0	-90 0	324 0	-26 565	36 0	-26 565	0 0	-52 623

$$E = A + (B - A) \frac{\sin(\eta - \eta_1)}{\sin(\eta - \eta_1) + \sin(\eta_2)}$$

(6)

$$P_s = E + (F - E) \frac{\sin(\angle EOG)}{\sin(\angle EOF - \angle EOG) + \sin(\angle EOG)}$$

(7)

具体推导过程参见相关论文 (袁文等, 2004
2005), 图 2 为正二十面体投影展开平面。

based on EARP IcosaHedron Projection, 缩写为
EARPH)。

3 正二十面体剖分模型

在正十面体等角比例投影基础上, 可构建球面
正十面体剖分模型 (sphere triangle quadtree model

直接均匀剖分投影三角平面 (图 2), 形成均分
三角网格, 然后通过逆投影公式将每个三角的顶点
以及边反算至球面。

3.1 构建方法一

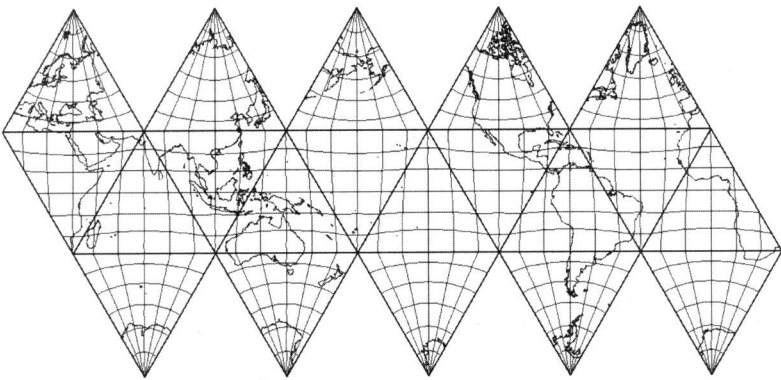


图 2 正二十面体等角比例投影展开平面
Fig 2 Icosahedral EARP projection

3.2 构建方法二

直接在球面上构建相应球面剖分模型, 采样方法与 Sadoum 相似。对于 n 深度剖分进行如下处理:

- (i) 首先将正二十面体每个原始球面三角的两个大圆弧 (AB 和 AC) 剖分成 2^n 相等部分, 分别得到 2^n-1 个新的点 $\{ P_1, P_2, \dots, P_{2^n-1} \}$ 和 $\{ Q_1, Q_2, \dots, Q_{2^n-1} \}$;
- (ii) 用大圆弧分别连接 P 和 Q 然后对该圆弧进行 i 等分, 得到 2^i-1 个新点, 其中 $i \in [1, 2^n]$ (当 $i=2^n+1$ 时, 弧 $P_i Q_i$ 对应于 BC);
- (iii) n 深度剖分后, 每临近 3 个点直接构成球

面剖分三角的三个顶点。球面三角的弧边由投影直角三角格网的对应边界决定。

球心为 O 的大圆弧 AB 剖分为 k 段。第 i 个剖分点 P 可由下面公式得到:

$$C = A + (B - A) \frac{\sin(\varphi)}{\sin(\varphi) + \sin(\nu)}$$
$$P_i = \frac{C}{|CO|} \tag{8}$$

式中 $\varphi = \frac{\eta}{k}, i, \nu = \eta - \varphi, i \in [1, k-1]$ 。

图 3 为深度 $n=0, 2, 4$ 时的全球剖分格网分布。

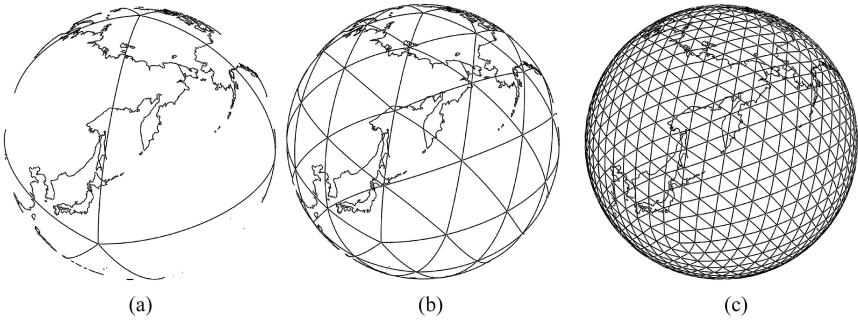


图 3 正二十面体球面剖分透视图
(a) $n=0$ (b) $n=2$ (c) $n=4$

Fig 3 EARP viewed orthographically at three depths
(a) $n=0$ (b) $n=2$ (c) $n=4$

4 剖分模型的基本性质

本剖分模型具有如下性质:
(1) 点在特征弧段的分布与在投影线段的分布相一致, 比如特征弧段中点对应于投影线段的中

点, 在投影线段 τ 处的点必对应于在特征弧段 τ 处的点。

(2) 结点在特征弧段以及 3 个弧边上呈均匀分布。球面坐标与球面三角之间的坐标转换可以转换为一个二维的离散均匀三角网的问题。可选择一个单位等腰直角三角形作为投影三角, 其中 A 为 $(0$

1), $B'(q\ 0)$ 和 $C'(1\ 0)$, 并直接利用行列坐标 (column, row)来表示一个三角。令剖分深度 n 的子三角边长为 $u=\frac{1}{2^n}$, 根据曼哈顿距离 (Manhattan) 可知存在 P' 与三角网格的关系如下:

$$c=\left[\frac{x'+y'-u\left[\frac{y'}{u}\right]-u\left[\frac{x'}{u}\right]}{u}\right]+2\left[\frac{x'}{u}\right]\tag{9}$$

$$r=\left[\frac{y'}{u}\right]\tag{10}$$

式中 $(c\ r)$ 为 P' 在深度 n 的三角网中的位置, $[\cdot]$ 为取 $\cdot$ 的整数部分的操作。然后将行列坐标转换为相应的编码, 行列坐标转换为编码参见 Yuan等

(2004 b)。

(3) 剖分模型结构为一个顶级为二十个结点的树及非顶级剖分为四叉树的层次结构。逐层分辨率的分布如表 2 其中剖分深度为 13的单元边长分辨率相当于 $1\ km$; 深度 22的单元边长分辨率相当于 $2\ m$; 面积分辨率相当于 $1.5\ km^2$; 深度超过 30 的剖分边长分辨率、面积分辨率都将小于 $1\ cm/cm^2$ 。若利用一个 64位长整型表示该剖分模型, 顶级编码需要 5个比特 (即二十个面按 $0\ 1\ \cdots\ 19$ 编码), 非顶级编码需 2个比特 (即 $0\ 1\ 2\ 3$), 则可以表示最大深度为 29的所有剖分单元, 完全可满足目前遥感影像所需要空间分辨率的需求。

表 2 EARPIH分辨率分布统计

Table 2 Resolutions of EARPIH

剖分深度	面片数目	有效比特位	面积分辨率 /m ²	边长分辨率 /m	角度分辨率 / rad
1	$8\ 0\times 10$	2	$6\ 39009867\times 10^{12}$	$4\ 00750\times 10^6$	$6\ 2831853\times 10^{-1}$
2	$3\ 20\times 10^2$	4	$1\ 59752467\times 10^{12}$	$2\ 00375\times 10^6$	$3\ 1415927\times 10^{-1}$
3	$1\ 280\times 10^3$	6	$3\ 9938117\times 10^{11}$	$1\ 00188\times 10^6$	$1\ 5707963\times 10^{-1}$
4	$5\ 120\times 10^3$	8	$9\ 984529\times 10^{10}$	$5\ 0094\times 10^5$	$7\ 853982\times 10^{-2}$
5	$2\ 0480\times 10^4$	10	$2\ 496132\times 10^{10}$	$2\ 5047\times 10^5$	$3\ 926991\times 10^{-2}$
6	$8\ 1920\times 10^4$	12	$6\ 24033\times 10^9$	$1\ 2523\times 10^5$	$1\ 963495\times 10^{-2}$
7	$3\ 27680\times 10^5$	14	$1\ 56008\times 10^9$	$6\ 262\times 10^4$	$9\ 81748\times 10^{-3}$
8	$1\ 310720\times 10^6$	16	$3\ 9002\times 10^8$	$3\ 131\times 10^4$	$4\ 90874\times 10^{-3}$
9	$5\ 242880\times 10^6$	18	$9\ 751\times 10^7$	$1\ 565\times 10^4$	$2\ 45437\times 10^{-3}$
10	$2\ 0971520\times 10^7$	20	$2\ 438\times 10^7$	$7\ 83\times 10^3$	$1\ 22718\times 10^{-3}$
11	$8\ 3886080\times 10^7$	22	$6\ 09\times 10^6$	$3\ 91\times 10^3$	$6\ 1359\times 10^{-4}$
12	$3\ 35544320\times 10^8$	24	$1\ 52\times 10^6$	$1\ 96\times 10^3$	$3\ 068\times 10^{-4}$
13	$1\ 342177280\times 10^9$	26	$3\ 8087956\times 10^5$	$9\ 7839\times 10^2$	$1\ 534\times 10^{-4}$
14	$5\ 368709120\times 10^9$	28	$9\ 521989\times 10^4$	$4\ 8920\times 10^2$	$7\ 6699\times 10^{-5}$
15	$2\ 1474836480\times 10^{10}$	30	$2\ 380497\times 10^4$	$2\ 4460\times 10^2$	$3\ 835\times 10^{-5}$
16	$8\ 5899345920\times 10^{10}$	32	$5\ 95124\times 10^3$	$1\ 2230\times 10^2$	$1\ 9175\times 10^{-6}$
17	$3\ 43597\times 10^{11}$	34	$1\ 48781\times 10^3$	$6\ 115\times 10$	$9\ 5874\times 10^{-6}$
18	$1\ 37439\times 10^{12}$	36	$3\ 7195\times 10^2$	$3\ 057\times 10$	$4\ 7937\times 10^{-6}$
19	$5\ 49756\times 10^{12}$	38	$9\ 299\times 10$	$1\ 529\times 10$	$2\ 3968\times 10^{-6}$
20	$2\ 19902\times 10^{13}$	40	$2\ 325\times 10$	7.64	$1\ 1984\times 10^{-6}$
21	$8\ 79609\times 10^{13}$	42	5.81	3.82	$5\ 9921\times 10^{-7}$
22	$3\ 51844\times 10^{14}$	44	1.45	1.91	$2\ 9961\times 10^{-7}$
23	$1\ 40737\times 10^{15}$	46	$3\ 63235\times 10^{-1}$	$9\ 555\times 10^{-1}$	$1\ 498\times 10^{-7}$
24	$5\ 6295\times 10^{15}$	48	$9\ 0809\times 10^{-2}$	$4\ 777\times 10^{-1}$	$7\ 4901\times 10^{-8}$
25	$2\ 2518\times 10^{16}$	50	$2\ 2702\times 10^{-2}$	$2\ 389\times 10^{-1}$	$3\ 7451\times 10^{-8}$
26	$9\ 0072\times 10^{16}$	52	$5\ 676\times 10^{-3}$	$1\ 194\times 10^{-1}$	$1\ 8725\times 10^{-8}$
27	$3\ 60288\times 10^{17}$	54	$1\ 419\times 10^{-3}$	$5\ 97\times 10^{-2}$	$9\ 3627\times 10^{-9}$
28	$1\ 44115\times 10^{18}$	56	$3\ 55\times 10^{-4}$	$2\ 99\times 10^{-2}$	$4\ 6813\times 10^{-9}$
29	$5\ 76461\times 10^{18}$	58	$8\ 9\times 10^{-5}$	$1\ 49\times 10^{-2}$	$2\ 3407\times 10^{-9}$
30	$2\ 30584\times 10^{19}$	60	$2\ 2\times 10^{-5}$	$7\ 5\times 10^{-3}$	$1\ 1703\times 10^{-9}$
31	$9\ 22337\times 10^{19}$	62	6×10^{-6}	$3\ 7\times 10^{-3}$	$5\ 8517\times 10^{-10}$

5 剖分模型的几何性质比较

全球格网中只有原始球面三角能够保证严格的等形状特性, 比如正八面体的球面剖分或者正二十面体球面剖分, 其他任意深度的剖分将破坏等边性, 等面积性。因此只能尽量保证近似等边性以及近似等面积性。由于全球网格模型构建方法种类繁多, 包括球面直接剖分、球面弦剖分以及投影平面剖分等方式, 难以直接进行投影方程的面积形变和角度形变分析。因多数剖分的边界定义模糊, 计算复杂, 本文将以剖分单元的 3 个顶点为计算依据, 采用类似 Dutta 的方法直接利用每个球面三角单元对应的平面三角作为标准进行 QIM、SEA、SQT 和 EARP 模型的比较, 当剖分越深, 平面三角的弦边与球面三角的弧边越接近, 球面三角也越接近平面三角。

5.1 球面三角剖分几何比较指标

球面三角剖分相对均匀性主要体现在剖分等形状和等面积性。其中等形状表现为剖分单元形状的不变性、边长相等等两个方面。与传统的经纬度剖分不同, 球面四分三角剖分模型不同剖分深度能保证剖分的三角形不变, 即使在极点时。因此等形状特性主要体现在球面三角等边特性上, 本文所选择的指标包括: (1) 弦长的分布统计情况以及 (2) 紧凑度。

弦长分布统计情况包括每个球面三角中最大弦长、最小弦长、每剖分深度的平均弦长、每剖分深度中最大弦长、最小弦长以及每深度中的弦长标准方差、平均弦长等指标。三角最大弦长、最小弦长用于描述三角形内的最大边长与最小边长变异的幅度, 当三角形为全等三角时, 该值为 1, 该值越接近 1, 说明三角形越接近全等。每深度的最大弦长、最小弦长描述了整个剖分深度中弦长变化程度, 该值越小越接近 1 则整个剖分深度的弦长大小分布越均匀。而每深度中的弦长标准方差、平均弦长表示了弦长偏离程度。

紧凑度等于几何图形的周长与面积之比, 圆的紧凑度最大, 三角形的紧凑度也在一定程度能反映三角边长的分布情况。当三角的三边越接近, 紧凑度越大,

当三角形为全等时, 紧凑度达到最大 (6.928)。

面积分布情况主要选择了每深度的最大面积、最小面积, 每深度的平均面积, 以及每深度的面积标准方差、平均面积等指标。其中每深度的最大面积、最小面积越小以及每深度的面积标准方差、平均面积越小, 表明剖分单元面积变化越小, 反之亦然。

5.2 比较分析

5.2.1 弦长的分布情况

EARP、SQT 和 SEA 基于正二十面体, 三者的平均弦长非常接近, 而 QIM 基于正八面体, 平均弦长明显大于前三者 (图 4(a))。最大弦长、最小弦长、最大三角最大弦长、最小弦长以及弦长标准方差与平均弦长比也反映了相似的问题 (图 4(b), (c), (d))。SQT 的最大弦长、最小弦长以及最大三角最大弦长、最小弦长最小说明了 SQT 剖分每深度弦长变动幅度较小, 相对均匀, 子三角相对接近全等。EARP 略微增大, 但比 SEA 小。不同深度间, EARP、SQT 和 SEA 的最大弦长、最小弦长以及最大三角最大弦长、最小弦长略微增长, 而 QIM 相对增幅大。随着剖分深度加大, 四者增幅降低。EARP 的弦长标准方差与平均弦长比最小, 并且随着深度加大而略微降低。其他 3 种先增大后逐渐减少。

5.2.2 紧凑度

每深度最大紧凑度、最小紧凑度大致也反映上面的分布特征 (见图 4(e))。为了便于比较, 本文将平均紧凑度除以全等三角紧凑度得到归一化的平均紧凑度, 如图 4(f)。可以看出 SQT、EARP 等的紧凑度依次降低, 这进一步应证了弦长指标的结论。平均紧凑度在 1—3 深度间降幅较大, 然后平缓变化, 图 4(g) 反映了紧凑度标准方差、平均方差的变化情况。

5.2.3 剖分单元的面积分布

4 种剖分的每深度的最大面积、最小面积如图 4(h)。可以看出 EARP 最小, 说明了它的面积变动幅度最小, 面积分布较为均匀, 其次为 SQT、QIM 最大, 平均面积的分布如同平均弦长。0—4 深度中, 面积标准方差、平均面积 EARP 最小, 但 SEA 降幅趋势大以致在第 5 深度以后, SEA 变为最小 (图 4(i))。

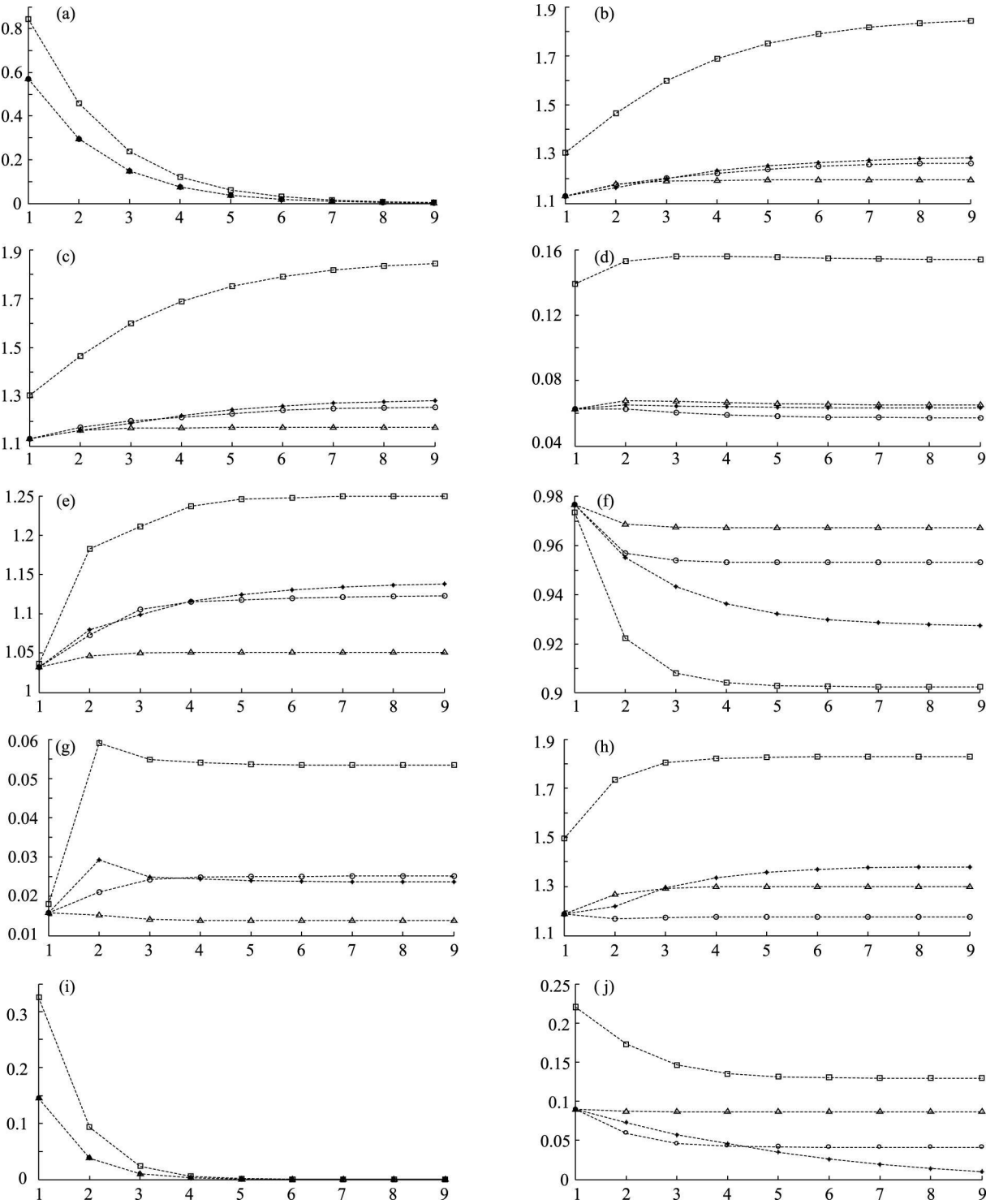


图 4 四种剖分模型的几何特性统计图

(a) 平均弦长分布; (b) 最大弦长 /最小弦长分布; (c) 最大三角最大弦长 /最小弦长分布;
(d) 弦长标准方差与平均弦长比分布; (e) 最大紧凑度 /最小紧凑度分布; (f) 归一化的平均紧凑度分布;
(g) 紧凑度标准方差 /平均方差分布; (h) 最大面积 /最小面积分布; (i) 平均面积的分布; (j) 面积标准方差 /平均面积
Fig 4 Graphs of the statistics of four models
(a) Even chord; (b) Maximum chord / minimum chord; (c) Maximum of (maximum chord / minimum chord);
(d) SIDEV of (chord / even chord); (e) Maximum compactness / minimum compactness; (f) Normalized even compactness;
(g) SIDEV of (compactness / even compactness); (h) Maximum area / minimum area;
(i) Even area; (j) SIDEV of (area / even area)

总之, 由于基于正二十面体, EARTH SQT和 ISEA的剖分几何特性明显好于 QIM。从等边性来说, SQT最好, 剖分单元的 3 个弦最为接近, EARTH其次; 等面积特性中, 前 4 个深度 EARTH最好, 更深度 ISEA最好 (实际上 ISEA剖分模型是等面积剖分模型, 但因用平面三角面体代替实际球面面积, 所以数字计算结果表现为 1—4 剖分深度中, 等面积性不如 EARTH)。与 SQT相比, 等面积性好; 与 ISEA相比, EARTH的等边性好, 剖分边界光顺, 而 ISEA的剖分边界 (图 5) 和经纬圈等主要球面曲线的投影存在严重扭曲, 同时 EARTH的方程式简单, ISEA的投影和逆投影方程无显式解, 需要利用复杂的数学计算方法, 计算量大且复杂。

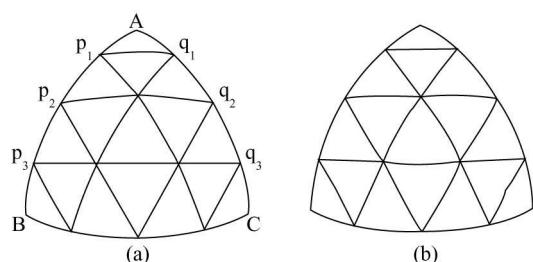


图 5 球面三角四叉树剖分正投影

(a) EARTH (b) ISEA 每条边各有 8 个采样点

Fig. 5 Orthographic map projection of spherical triangle quadtree

(a) EARTH (b) ISEA as there are 8 samples for every arc

6 结 论

在正二十面体等角比例投影基础上, 本文构建了 EARTH正二十面体球面剖分模型。该剖分模型有两种产生方法: 一种是投影平面均分的三角格网反投影到球面产生; 第二种方法直接均匀剖分球面特征弧段, 结点的几何意义明确, 但边界定义模糊, 必须借助第一种方法解决。

全球网格模型的空间几何均匀性直接与正多面体的阶数相关, 阶数越大, 剖分越相对均匀, 如基于正八面体的 QIM与基于正二十面体的 EARTH ISEA SQT等模型相比, 等面积性和等边性存在较大差异, 性能相对较差。而后 3 种剖分基于正二十面体, 阶数最高, 有关指标相对接近。与 ISEA相比, EARTH的主要优势在于计算相对简单, 投影方程和逆投影方程具有显式解, 而 ISEA计算复杂, 投影和逆投影转换只能通过数字计算方式, 且 ISEA的剖分边界存在严重的扭曲。EARTH的等面积性好于 SQT。总之, 以等边性比较, SQT

最好, EARTH好于 ISEA QIM最差; 在等面积性方面, ISEA最好, EARTH次之, SQT第三, QIM最差; 计算方法方面, QIM最简单, SQT与 EARTH涉及三角函数, 计算复杂度接近, 而 ISEA最为复杂。因此 EARTH基本满足了设计标准, 三个指标相对均衡。

REFERENCES

- Clarke K, Muehlen K 1995 Distortion on the interrupted modified collignon projection. *Proc GIS/LIS 95*, 175—181
- Dutton G 1996 Improving locational specificity of map data: a multi-resolution, metadata-driven approach and notation. *International Journal of Geographical Information Science*, 10 (3): 253—268
- Dutton G 1998 A hierarchical coordinate system for geoprocessing and cartography. *Lecture Notes in Earth Science* 78. Springer-Verlag, Berlin
- Dutton G 2000 Universal geospatial data exchange via global hierarchical coordinates. *International Conference on Discrete Global Grids*. Santa Barbara, California, USA. <http://www.ncgia.ucsb.edu/globalgrids/papers/dutton.pdf>
- Fekete G, Tieinisch L 1990 Sphere quadrees: a new data structure to support the visualization of spherically distributed data. *Proceedings of the SPIE: Extracting Meaning from Complex Data Processing Display Interaction*, 1259, 242—253
- Fekete G 1990 Rendering and managing spherical data with sphere quadrees. *Proceedings of Visualization '90*. IEEE Computer Society, Los Alamitos, CA
- Goodchild M, Yang S R 1992 A hierarchical coordinate system for geoprocessing and cartography. *CVGIP: Graph Models Image Process*, 54 (1): 31—44
- Gray R 1995 Extract transformation equations for fuller's world map. *Cartographica*, 32, 17—25
- Gray R 1994 Fuller's dymaxion TM map. *Cartography and Geographic Information Systems*, 21, 243—246
- Kimerling J, Sahr K, White D et al 1999 Comparing geometrical properties of global grids. *Cartography and Geographic Information Science*, 26 (4): 271—288
- Lian Song, Kimerling J, Sahr K et al 2000 Developing an equal area global grid by small circle subdivision. *International Conference on Discrete Global Grids*. Santa Barbara, California, USA. <http://www.ncgia.ucsb.edu/globalgrids/book/song-kimerling-sahr/>
- Otoo E, Zhu H 1993 Indexing on spherical surfaces using semi-quadrees. *Advances in Spatial Databases: Proceedings of 3rd International Symposium*. Singapore
- Sadouny R, Arakawa A, White D et al 1968 Integrations of the nondivergent barotropic vorticity equation with an icosahedral hexagonal grid for the sphere. *Monthly Weather Review*, 96(6): 351—356
- Sahr K, White D, Kimerling J 2003 Geodesic discrete global grid systems. *Cartography and Geographic Information Science*, 30

(2): 121—134

Snyder J, Voxland P 1989 An album of map projections. Reston, VA: Department of the Interior, U. S. Geological Survey, Denver, CO

Snyder J 1992 An equal area map projection for polyhedral globes. *Cartographica*, **29** (1): 10—21

White D, Kimerling J, Sakr K, et al 1998 Comparing area and shape distortion on polyhedral-based recursive partitions of the sphere. *International Journal of Geographical Information Science*, **12** (8): 805—827

White D, Kimerling J, Overton W, et al 1992 Cartographic and geometric components of a global sampling design for environment monitoring. *Cartography and Geographic Information Science*, **19** (1): 5—22

Yuan W, Cheng C Q, Ma A N, et al 2004 L curve for spherical triangle region quadrees. *Science in China, E series*, **34** (6): 265—280

Yuan W, Ma A N, Guan X J 2005 A new projection for spherical triangle equal angle ratio projection (EARP). *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, **34** (1): 78—84

Yuan W 2004 STQ E model for GeoGrid and the prototype system. Peking University

附中文参考文献

袁文. 2004 全球网格 STQ E模型及原型系统. 北京大学

袁文, 马蔼乃, 关晓静. 2005 一种新的球面三角投影: 等角比投影 (EARP). *测绘学报*, **34** (1): 78—84

Some essential questions in remote sensing science and technology

YUAN Wen, ZHUANG Da-fang, YUAN Wu, LIU Ji-Yuan, QIU Dong-sheng

- 1 Data Center for Resources & Environmental Sciences, Institute of Geography Science and Natural Resource, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China
- 2 School of Computer Science & Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract Fast transferring between geodetic coordinates and sphere triangle facets is of the same importance as properties of equal area and shape for global grid using for spatial information. Based on the spherical icosahedron case of Equal Angle Ratio Projections (EARP), a new Spherical Triangle regional Quadtree (EARPH) is constructed. There are two ways to build up the partition model: one is to evenly decompose the triangle projection plane and the other is to decompose the sphere directly. The coordinate transformation can deduce to locate a point into the evenly triangle network. The partition model is compared with several famous models such as SQT, QIM and ISEA by the indices including distribution of chords, compaction and area.

Key words global grid, projection, coordinate transfer, equal area partition, equal shape partition